



XXIII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

2ª FASE: 27 de abril de 2019

NIVEL III (3º y 4º ESO)

iii Lee detenidamente estas instrucciones !!!

Escribe tu número de identificación, tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas. **Presta mucha atención al formato de los números.**

IMPORTANTE: Comprueba que el número Mod. en tu hoja de respuestas es 3.

No pases la página hasta que se te indique.

La prueba tiene una duración de **1 HORA 30 MINUTOS.**

No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

Cada respuesta correcta te aportará	5 puntos
Cada pregunta que dejes en blanco	1 punto
Cada respuesta errónea	0 puntos

LEE ATENTAMENTE CÓMO DEBES MARCAR LAS OPCIONES EN LA HOJA DE RESPUESTAS Y QUÉ HACER SI TE EQUICOVAS.

Te sugerimos que vayas marcando tus soluciones en la hoja de la prueba y cuando tengas cuatro o cinco las pases todas juntas a la hoja de respuestas.

CONVOCA

Facultad de Matemáticas de la UCM

ORGANIZA

Asociación Matemática
Concurso de Primavera

COLABORAN

Universidad Complutense de Madrid
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
Grupo ANAYA
Grupo SM
McGraw-Hill Education
Smartick

1 Si $a = 1 + b$, ¿cuánto vale $\frac{1+2b}{a+b}$?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

2 Tres amigas comparan la capacidad de sus piscinas. La de Sara tiene un 15% más que la de Cati y la de Julia tiene un 25% más que la de Cati. ¿Cuál de estas afirmaciones es correcta?

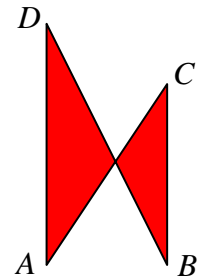
- A) La de Julia tiene un 60% más que la de Sara
B) La de Sara tiene un 60% menos que la de Julia
C) La de Sara tiene un 8% menos que la de Julia
D) La de Julia tiene un 10% más que la de Sara
E) La de Sara tiene un 12% menos que la de Julia

3 Sean $-4 \leq a \leq -2$, $2 \leq b \leq 4$, ¿cuál es el máximo valor que puede tomar la expresión $\frac{a+b}{a}$?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

4 Para mi disfraz de este año, he querido diseñar una pajarita asimétrica. Teniendo en cuenta que los ángulos DAB y ABC son rectos, y que $AB = 4$, $AD = 8$, $BC = 6$, ¿cuál es la diferencia entre las áreas de las dos partes de la pajarita?

- A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8



5 Tres amigos, África, Blanca y Carlos hacen el mismo recorrido en bicicleta. África va todo el rato a 20 km/h, Blanca recorre la primera mitad a 10 km/h y la segunda mitad a 30 km/h. Carlos hace tres cuartos del recorrido a 30 km/h, pero le da un tirón y el cuarto que le queda lo hace a 5 km/h. ¿Cuál de ellos tarda menos tiempo en hacer el recorrido?

- A) África B) Blanca C) Carlos
D) Los tres tardan lo mismo E) Falta saber la distancia recorrida

6 Si $(x+2) \cdot (y+2) = 60$ y $(x+3) \cdot (y+3) = 40$, ¿cuál es el valor de $(x+5) \cdot (y+5)$?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

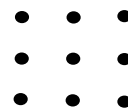
7 En la papelería se venden ocho gomas de borrar por un euro, un rotulador cuesta un euro y una agenda 10 euros. He comprado en total 100 artículos entre gomas, rotuladores y agendas y he pagado 100 euros. ¿Cuántos rotuladores he comprado?

- A) 14 B) 18 C) 20 D) 21 E) 24

8 En el cajón de mi abuela he encontrado una receta para hacer un bizcocho para 8 personas. Los ingredientes necesarios son: 1 yogur, 3 huevos, 3 tazas de harina, 2 tazas de azúcar, 1/2 taza de aceite y 2 cucharaditas de levadura. Si en casa tengo 4 yogures, 5 huevos, 6 tazas de harina, 3 tazas de azúcar, 3/4 tazas de aceite y 5 cucharaditas de levadura. ¿Cuál es el máximo número de amigos que podemos merendar bizcocho comiendo todos una ración?

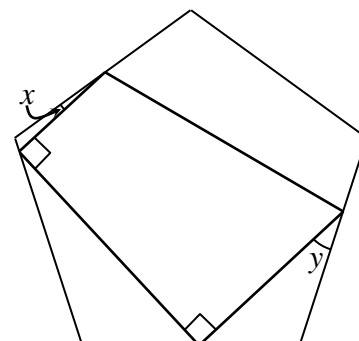
- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

- 9** Elegimos tres puntos al azar de esta cuadrícula. ¿Cuál es la probabilidad de que los tres puntos elegidos estén alineados?



- A) $\frac{1}{21}$ B) $\frac{2}{21}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{2}{7}$ E) $\frac{1}{14}$

- 10** Un trapecio rectángulo tiene sus vértices en cuatro lados de un pentágono regular como ves en la figura, en la que hemos marcado los ángulos x e y . ¿Cuánto vale $x + y$?

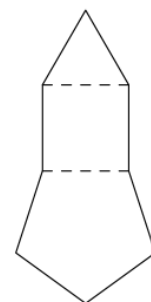


- A) 30° B) 54° C) 36° D) 45°
E) 27°

- 11** ¿Cuál es el producto de todas las soluciones reales de la ecuación $(x^2 - 2)^{(3x^2 + 7x - 6)} - 1 = 0$?

- A) -3 B) 2 C) -2 D) -6 E) $-\frac{27}{2}$

- 12** Vamos a realizar una construcción con polígonos regulares. Empezamos colocando un cuadrado sobre un lado de un triángulo, luego colocamos un pentágono sobre un lado del cuadrado sin que las figuras se superpongan, así sucesivamente hasta colocar un decágono. ¿Cuántos lados tendrá el polígono resultante?



- A) 39 B) 38 C) 41 D) 42 E) 43

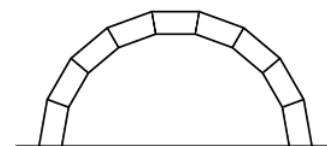
- 13** En una liga de fútbol participan 20 equipos. Todos juegan contra todos dos veces (una en casa y otra fuera). Si la suma de las puntuaciones de todos los equipos fue de 1005, ¿cuántos empates hubo? Recuerda: Una victoria son 3 puntos y un empate es 1 punto.

- A) 113 B) 121 C) 135 D) 141 E) 150

- 14** Ana dice: “Lo hizo Berto”. Berto dice: “Ana miente”. Cris dice: “Lo hizo Dani”. Dani dice: “Lo hizo Ana”. Eva dice: “Cris miente”. Sabemos que exactamente dos de las afirmaciones son falsas y que solo una de esas cinco personas lo hizo. ¿Quién lo hizo?

- A) Ana B) Berto C) Cris D) Dani E) Eva

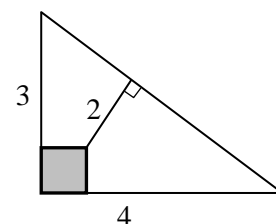
- 15** A Lucía le gustan mucho las manualidades y se propone construir un arco con trapecios isósceles iguales como muestra la figura. Si quiere construir el arco con nueve de estos trapecios, ¿cuántos grados ha de medir el ángulo interior más grande del trapecio?



- A) 100° B) 102° C) 104° D) 108° E) 110°

- 16** En la esquina de un triángulo rectángulo de catetos 3 y 4 hemos colocado un pequeño cuadrado coloreado de gris. Con los datos que aporta el dibujo, ¿qué área ocupa el cuadrado gris?

- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{9}{16}$ C) $\frac{1}{9}$ D) 1 E) $\frac{4}{49}$



17 Julián lanza al aire una moneda dos veces y Lucía la lanza tres veces. ¿Cuál es la probabilidad de que obtengan el mismo número de caras?

- A) $\frac{7}{32}$ B) $\frac{5}{16}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{3}{16}$ E) $\frac{5}{32}$

18 En una convención de mellizos y trillizos hay 9 parejas de mellizos y 6 tríos de trillizos. Cada mellizo le da la mano a todos los mellizos menos a su mellizo y a la mitad de los trillizos. Cada trillizo le da la mano a todos los trillizos menos a sus trillizos y a la mitad de los mellizos. ¿Cuántos apretones de manos se dieron en total?

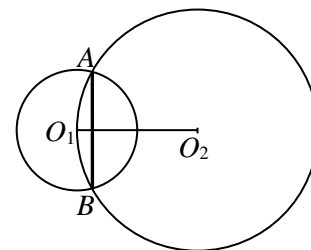
- A) 324 B) 441 C) 630 D) 648 E) 882

19 Si a y b son números enteros positivos, ¿cuál es la suma de todos los valores posibles de a que son solución de la ecuación $5a - 9b^2 = ab$?

- A) 12 B) 16 C) 20 D) 144 E) 156

20 Tenemos dos circunferencias de radios 2 y 1, de modo que la circunferencia de radio 2 pasa por el centro de la circunferencia de radio 1. ¿Cuál es la distancia entre los dos puntos en los cuales se cortan las dos circunferencias?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\frac{\sqrt{15}}{2}$ D) $2\sqrt{3}$ E) 2



21 ¿Cuánto vale la suma de todos los enteros n para los que $n^2 + 6n + 24$ es un cuadrado perfecto?

- A) -12 B) -6 C) 6 D) -8 E) 8

22 ¿Cuál es el menor número factorial que es divisible por 2^{100} ?

Recuerda: el factorial de n es $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$.

- A) 99! B) 100! C) 101! D) 102! E) 104!

23 El frutero de mi barrio apila las naranjas de la siguiente forma: Sobre una base rectangular de 5×8 naranjas va colocando naranjas de manera que las naranjas del piso superior se apoyan en el hueco que queda entre las cuatro naranjas de abajo hasta coronar con un piso que tiene una única fila de naranjas. ¿Cuántas naranjas tienen las pirámides del frutero?

- A) 100 B) 134 C) 98 D) 101 E) 96

24 Un número de seis cifras contiene los dígitos 0, 1, 2, 3, 4 y 5. ¿Cuál es la probabilidad de que el número sea múltiplo de 5?

- A) $\frac{9}{50}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{12}{25}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{9}{25}$

25 Dividimos el rectángulo $LUNA$ en tres rectángulos idénticos. Sabiendo que el área de $PUIK$ es el doble del área de $KING$, ¿cuál es el cociente entre el área de SOL y el área de $LUNA$?

- A) $\frac{2}{45}$ B) $\frac{1}{18}$ C) $\frac{1}{27}$ D) $\frac{1}{30}$
E) $\frac{4}{81}$

